

## Relazione finale

**Materia: Matematica**

**Docente: Annamaria Andolfato**

**Classe 5BC**

**A. S. 2022-2023**

In relazione alla programmazione curricolare sono stati conseguiti i seguenti **obiettivi** in termini di:

### **Conoscenze**

L'alunno conosce:

#### **Funzioni**

- La definizione di funzione, la classificazione delle funzioni, il dominio, gli zeri e il segno di una funzione
- Le proprietà delle funzioni

#### **Limiti**

- Il concetto intuitivo e la definizione di limite finito o infinito per  $x$  che tende a valori finiti o infiniti
- Il limite destro e il limite sinistro
- Le operazioni sui limiti, il calcolo dei limiti e le forme di indeterminazione
- Le funzioni continue: definizioni di funzione continua in un punto e in un intervallo
- I punti di discontinuità di una funzione e loro classificazione
- Gli asintoti orizzontali, verticali ed obliqui

#### **Derivate**

- La definizione di rapporto incrementale
- La definizione di derivata e il suo significato geometrico
- La retta tangente al grafico di una funzione in un punto
- Derivata destra e derivata sinistra
- Le derivate fondamentali e gli enunciati dei teoremi sul calcolo delle derivate
- Operazioni con le derivate
- Le derivate di ordine superiore al primo
- I punti stazionari
- I punti di non derivabilità: i flessi a tangente verticale, le cuspidi e i punti angolosi
- La relazione tra continuità e derivabilità di una funzione in un punto
- La derivata di semplici funzioni composte
- L'enunciato del teorema di De L'Hospital

#### **Studio di funzioni**

- Le definizioni di massimo e di minimo assoluto e relativo
- Gli enunciati dei teoremi relativi alle funzioni derivabili crescenti e decrescenti in un intervallo
- Gli enunciati dei teoremi relativi alla ricerca dei massimi, dei minimi e dei flessi orizzontali mediante lo studio della derivata prima
- Definizione di punto di flesso
- La concavità di una funzione e la ricerca dei punti di flesso con lo studio del segno della derivata seconda
- Lo schema per lo studio completo del grafico di una funzione
- Lo studio di una semplice funzione razionale intera e fratta

### **Integrali (cenni)**

- L'integrale indefinito
- Gli integrali indefiniti immediati

### **Abilità**

L'allievo sa:

#### **Funzioni**

- Calcolare il dominio e gli zeri di una funzione e studiare il suo segno
- Riconoscere una funzione iniettiva, suriettiva e biiettiva
- Riconoscere una funzione crescente e una funzione decrescente
- Verificare se una funzione è pari o dispari

#### **Limiti**

- Verificare un limite
- Calcolare i limiti delle funzioni razionali intere e fratte e di semplici funzioni esponenziali e logaritmiche
- Calcolare i limiti delle forme indeterminate  $\frac{0}{0}$ ;  $\frac{\infty}{\infty}$ ;  $+\infty - \infty$ ;  $0 \cdot \infty$
- Tradurre graficamente il risultato di un limite
- Verificare la continuità di funzioni razionali e di semplici funzioni definite per casi
- Calcolare e classificare i punti di discontinuità di una funzione

#### **Derivate**

- Calcolare il rapporto incrementale di una funzione e la derivata in un punto come limite del rapporto incrementale
- Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un suo punto
- Applicare i teoremi sul calcolo della derivata di una funzione
- Calcolare la derivata di funzioni razionali e di semplici funzioni irrazionali, goniometriche, esponenziali e logaritmiche
- Determinare la derivata di semplici funzioni composte
- Riconoscere i punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi
- Applicare le derivate alla geometria e alla fisica
- Collegare i concetti di continuità e derivabilità anche mediante interpretazioni geometriche
- Applicare il teorema di De L'Hospital

#### **Studio di funzioni**

- Calcolare gli asintoti orizzontali, verticali ed obliqui di una funzione razionale
- Determinare gli intervalli in cui una funzione è crescente e decrescente
- Determinare massimi e minimi di funzioni razionali (usando la derivata prima)
- Determinare i punti di flesso e il verso della concavità solo per funzioni razionali intere e fratte (usando la derivata seconda)
- Eseguire lo studio di funzioni razionali intere e fratte (dominio, simmetrie, intersezioni con gli assi, segno, crescita e decrescenza, massimi e minimi assoluti e relativi, limiti, punti di discontinuità, asintoti, flessi e concavità) e tracciare il grafico
- Riconoscere nel grafico di una funzione le principali proprietà (dominio, codominio, intersezione con gli assi, simmetrie, segno, crescita e decrescenza, massimi e minimi assoluti e relativi, limiti, punti di discontinuità, asintoti, flessi e concavità)
- Risolvere problemi di ottimizzazione

### **Integrali (cenni)**

- Calcolare integrali indefiniti e definiti di semplici funzioni (cenni)

## Competenze

L'alunno è in grado di:

- Esporre le conoscenze con un linguaggio specifico adeguato
- Utilizzare conoscenze e abilità per svolgere esercizi dimostrando uno spirito critico e un metodo appropriato
- Utilizzare tecniche e procedure fondamentali del calcolo differenziale
- Scoprire relazioni intercorrenti tra concetti diversi, collegandoli in una visione unitaria della materia
- Interpretare le applicazioni anche in ambiti diversi
- Elaborare informazioni ed utilizzare consapevolmente i metodi di calcolo

## Valutazione dei risultati e osservazioni

Gli studenti della classe, che conosco dalla prima liceo, hanno dimostrato un buon interesse per la disciplina, un impegno costante ed hanno compiuto un apprezzabile percorso di crescita personale e culturale.

Il comportamento è sempre stato corretto e rispettoso, il dialogo aperto e proficuo.

L'esiguo numero di alunni che compongono la classe ha contribuito a creare un clima di reciproca complicità e solidarietà, favorendo sia le relazioni tra studenti che la relazione tra studenti e insegnante.

Gli obiettivi relativi alle conoscenze, alle abilità e alle competenze sono stati raggiunti da tutta la classe:

un gruppo, formato da circa la metà degli studenti, ha dimostrato di aver acquisito una buona autonomia e un'ottima capacità di rielaborazione grazie alle personali capacità logiche unite all'applicazione costante, all'interesse per la disciplina, alla partecipazione attiva in classe, alla frequenza regolare e al metodo di lavoro organizzato, ottenendo una preparazione completa e un profitto buono e in alcuni casi ottimo. Un secondo gruppo, ha raggiunto gli obiettivi prefissati con risultati discreti.

Alcuni studenti si sono particolarmente distinti per il livello raggiunto, per la curiosità dimostrata nel risolvere problemi, per la tenacia dimostrata nel trovare soluzioni, per la costante collaborazione e interazione durante le lezioni che hanno così reso più efficace l'apprendimento della disciplina.

## Contenuti disciplinari e tempi di realizzazione esposti per

U.D. - Modulo - Percorso Formativo – approfondimento	Periodo/ore
<b>Limiti</b> Gli intervalli e gli intorni: gli intervalli, gli intorni di un punto, gli intorni di infinito, i punti isolati, i punti di accumulazione Concetto intuitivo e definizione di limite di una funzione: Limite finito di una funzione per $x$ che tende a un valore finito Limite destro e limite sinistro Limite infinito di una funzione per $x$ che tende a un valore finito. Asintoti verticali Limite finito di una funzione per $x$ che tende all'infinito. Asintoti orizzontali Limite infinito di una funzione per $x$ che tende all'infinito Verifica di un limite Funzioni continue in un punto e in un intervallo e calcolo dei limiti: continuità in $\mathbb{R}$ (o in intervalli di $\mathbb{R}$ ) della funzione costante, della funzione polinomiale, della funzione radice quadrata (delle funzioni razionali e irrazionali intere e fratte), della funzione esponenziale e della funzione logaritmica <u>Enunciati</u> dei teoremi sul calcolo dei limiti: Limite della somma algebrica di funzioni. Somma e differenza di funzioni continue Limite del prodotto di due funzioni. Prodotto di funzioni continue Limite della funzione reciproca Limite del quoziente di due funzioni. Quoziente di funzioni continue Limiti delle funzioni razionali intere e fratte per $x \rightarrow c$ , con $c$ finito e per $x \rightarrow \infty$ .	Settembre Ottobre Novembre

<p>Risoluzione delle seguenti forme indeterminate: <math>\frac{0}{0}</math>; <math>\frac{\infty}{\infty}</math>; <math>+\infty - \infty</math>; <math>0 \cdot \infty</math></p> <p>Limiti notevoli: <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e</math>; <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1</math>; <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1</math>.</p> <p>Punti di discontinuità di una funzione: punti di discontinuità di prima specie, punti di discontinuità di seconda specie, punti di discontinuità di terza specie (o eliminabile)</p> <p>Asintoti: ricerca degli asintoti orizzontali e verticali</p> <p>Asintoti obliqui e ricerca degli asintoti obliqui di una funzione</p> <p>Il grafico probabile di una funzione</p>	
<p><b>Derivate</b></p> <p>Definizione di rapporto incrementale e di derivata di una funzione</p> <p>Significato geometrico del rapporto incrementale e significato geometrico della derivata</p> <p>Calcolo della derivata. Derivata sinistra e derivata destra</p> <p>Retta tangente al grafico di una funzione</p> <p>Punti stazionari</p> <p>Punti di non derivabilità: flessi a tangente verticale, cuspidi, punti angolosi</p> <p>Continuità e derivabilità (<u>solo enunciati</u>)</p> <p>Derivate fondamentali:</p> <p>Derivata di una funzione costante</p> <p>Derivata della variabile indipendente</p> <p>Derivata di <math>y = x^n</math> con <math>n \in N_0</math></p> <p>Derivata di <math>y = x^\alpha</math> con <math>\alpha \in R</math> e <math>x &gt; 0</math> (derivata di <math>y = \sqrt{x}</math>, derivata di <math>y = \sqrt[3]{x}</math>)</p> <p>Derivata di <math>y = a^x</math>.</p> <p>Derivata di <math>y = \log_a x</math></p> <p>Derivata di <math>y = \sin x</math></p> <p>Derivata di <math>y = \cos x</math></p> <p><u>Enunciati</u> dei teoremi sul calcolo delle derivate:</p> <p>Derivata del prodotto di una costante per una funzione</p> <p>Derivata della somma di funzioni</p> <p>Derivata del prodotto di funzioni</p> <p>Derivata del reciproco di una funzione</p> <p>Derivata del quoziente di due funzioni</p> <p>Derivata di una funzione composta solamente nel caso della potenza di una funzione e della radice di una funzione</p> <p>Derivate di ordine superiore al primo</p> <p>Applicazioni delle derivate alla fisica: velocità, accelerazione, intensità di corrente</p> <p><u>Enunciati</u> dei teoremi sulle funzioni derivabili:</p> <p>Teorema di De L'Hospital</p>	<p>Novembre</p> <p>Dicembre</p> <p>Gennaio</p> <p>Febbraio</p>
<p><b>Studio di funzioni</b></p> <p>Funzioni derivabili crescenti e decrescenti in un intervallo (<u>solo enunciato</u>)</p> <p>Definizioni di massimo e di minimo assoluto</p> <p>Definizioni di massimo e di minimo relativo</p> <p>Definizioni di concavità verso l'alto e di concavità verso il basso</p> <p>Definizione di punto di flesso</p> <p><u>Enunciati</u> dei teoremi sui massimi e minimi relativi</p>	<p>Febbraio</p> <p>Marzo</p> <p>Aprile</p>

Ricerca dei massimi e dei minimi relativi con il metodo della derivata prima Ricerca dei massimi e dei minimi assoluti Punti stazionari di flesso orizzontale Concavità di una curva e ricerca dei punti di flesso con il metodo dello studio del segno della derivata seconda Problemi di ottimizzazione Schema generale per lo studio di una funzione Rappresentazione grafica di semplici funzioni polinomiali, razionali fratte, esponenziali e logaritmiche. Principali proprietà del grafico di una funzione: dominio, codominio, intersezione con gli assi, simmetrie, segno, crescita e decrescenza, massimi e minimi assoluti e relativi, limiti, asintoti, flessi, concavità, punti stazionari e punti di non derivabilità Problemi di ottimizzazione	
<b>Integrali (cenni)</b> Cenni agli integrali indefiniti e definiti di semplici funzioni.	Maggio
Monte-ore annuale previsto dal curriculum	66
Ore effettivamente svolte dal docente fino al 15 maggio 2023	55

### Metodi

La disciplina richiede spesso l'utilizzo della lezione frontale, nella quale generalmente viene stimolata la curiosità degli allievi attraverso il problem-solving. Per la verifica dei prerequisiti a volte è stata attuata la lezione circolare con discussione guidata ai fini di un apprendimento attivo. Nel corso dell'anno sono stati sistematicamente assegnati per casa e corretti in classe diversi esercizi che hanno consentito di applicare le relazioni ricavate, di consolidare le conoscenze, di approfondire e di riorganizzare i contenuti e di valutare il livello di comprensione generale.

### Mezzi

- Libro di testo: Massimo Bergamini - Anna Trifone - Graziella Barozzi  
Matematica.azzurro Volume 5  
Zanichelli
- Appunti delle lezioni

### Spazi

- Aula della classe

### Criteri di valutazione e strumenti di valutazione adottati

La verifica dell'apprendimento è stata effettuata mediante prove scritte e prove orali. Le verifiche sono state formulate in modo da valutare la conoscenza degli argomenti trattati, la loro comprensione e la capacità di rielaborazione. Sono state svolte due verifiche scritte ed almeno una verifica orale per ciascuno studente sia nel primo che nel secondo quadrimestre.

Le valutazioni sono state espresse in decimi, usando tutta la scala dal 2 al 10 e utilizzando la corrispondenza tra voti e livelli di conoscenza, abilità e competenza proposta dal Dipartimento di Matematica, Fisica e Informatica.

Bassano del Grappa, 15 maggio 2023

**Firma del Docente**  
Annamaria Andolfato