CANDIDATO………………………………………………………………..

LICEO GINNASIO G. B. BROCCHI

SIMULAZIONE SECONDA PROVA INDIRIZZI SCIENTIFICO E OP. SCIENZE APPLICATE a. s. 2022/23

Il candidato risolva un problema e risponda a quattro quesiti, a scelta, fra quelli proposti e riporti la scelta nella tabella. Il tempo a disposizione è di 6 ore.

Problema	Quesito n.	Quesito n.	Quesito n.	Quesito n.

Problema 1

Considera la famiglia di funzioni di equazione

$$y = (x+b)ln\left(x+b\right) + ax, a\ e\ b \in R$$

a) Determina a e b in modo che il suo grafico passi per il punto $(0,0)$ e abbia in questo punto una tangente parallela alla retta t di equazione $y = 2x$.

b) Verificato che i valori di a e di b cercati sono a=1 e b=1 traccia il grafico della funzione $f(x)$ omettendo lo studio degli zeri e del segno.

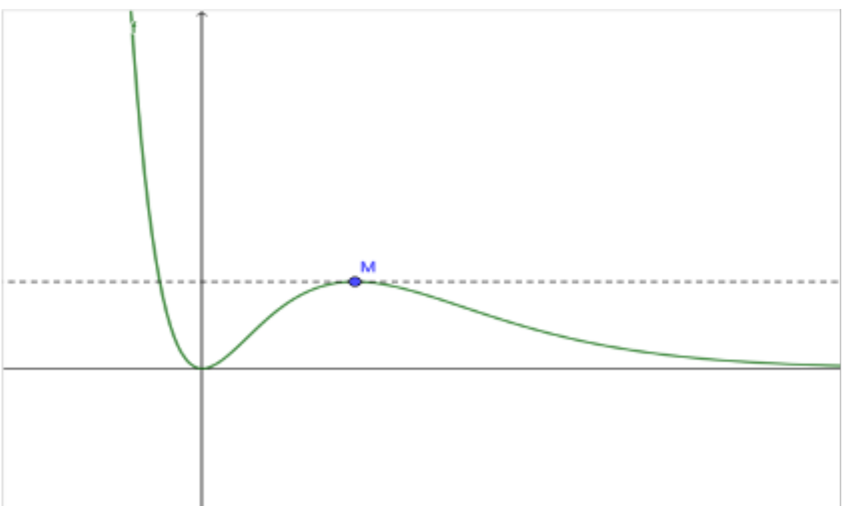
c) Determinare il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = k$

d) Si verifichi che la retta t è tangente alla curva nel suo punto di ascissa 0 e si determini l'area della regione di piano delimitata da t, dalla curva e dalla retta $x = -1/2$.

e) Rappresentare graficamente le curve $|f(x)|, f(|x|)$

Problema 2

La figura mostra il grafico di una funzione f(x).



a) Verifica che solo una delle seguenti funzioni può descrivere tale andamento.

$$y = kx^3e^{k-x}, \;\; y = kx^2e^{k-x}, \; con \; k \in R$$

b) Individuata la funzione che rappresenta f(x), determina il valore di k in modo che M abbia ordinata $4e^{-1}$.

c) Verificato che il valore richiesto al punto precedente è k = 1 deduci dal grafico di$f(x)$ il grafico della funzione derivata f'(x).

d) Definita la funzione $F(x) = \int_0^x f(t)dt$

verifica se ammette punti di massimo o minimo relativi e punti di flesso.

e) Scrivi l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $F(x)$ nel suo punto di ascissa 2.

f) Calcola il

$\lim_{x \to +\infty} F(x)$.

Quesiti

1) Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2} sent dt}{x^2}$$

Sia $F(x) = \int_0^x \frac{t^2-1}{t+2}dt$. Determinare, se esistono, i punti di flesso di F(x).

2) Determinare a e b in modo che la curva $y = \frac{ax^2+1}{x+b}$ abbia come asintoto obliquo

   la retta $y = 2x + 4$.

3) Determinare a e b in modo che la funzione

$$y = \begin{cases} a\left(e^{-3x}+e^{2x}\right)+b & se\ x \le 0 \\ (2x+1)^4 - 3(2x+1)^3 & se\ x > 0 \end{cases}$$

Sia continua e derivabile in R.

4) Si consideri la famiglia di funzioni

$$y = \begin{cases} 2x^3 + 4x^2 & se\ x \le 1 \\ ax^2 + b & se\ x > 1 \end{cases}$$

Trovare i valori di a e di b in modo che la funzione corrispondente soddisfi al teorema di Lagrange nell'intervallo $[0,2]$ e si determinino i punti dei quali il teorema garantisce l'esistenza.

5) Calcolare il seguente integrale

$$\int_{ln2}^{+\infty}\frac{e^{-x}}{\sqrt[3]{2e^{-x}+3}}dx$$

6) Sapendo che $\int_{12}^{18} f(x)dx = 6$ determinare

$$\int_3^2 f(6x)dx$$

7) Il punto P si muove su una retta ed è soggetto ad una forza la cui componente rispetto a tale retta è

$$f(t) = 5cos2t$$

Sapendo che la massa del corpo è m=10 e che il punto all'istante t=$\frac{\pi}{2}$ si trova nel punto di ascissa 0 con velocità nulla, determinare la posizione del punto all'istante t=4π. Si supponga che tutte le grandezze siano espresse in unità di misura del sistema internazionale.

8) Considerata la parabola γ di equazione $y = -x^2 + 2x$, si determinino le equazioni delle rette r e s tangenti alla parabola rispettivamente nel suo vertice e nel suo punto d'intersezione con l'asse delle x di ascissa positiva. Si calcoli l'area del triangolo mistilineo delimitato da γ da s e da r. Si calcoli infine il volume del solido generato dalla rotazione di tale triangolo attorno all'asse delle x.